ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА НЕЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Дударева О.В., к.ф.-м.н., ст. преподаватель
Бирский филиал УУНиТ, г. Бирск, Россия

Аннотация. В работе, на основе нелинейного закона фильтрации, решена задача о притоке нефти к скважине. Получена эволюция полей распределения давления в пласте. Проведен сравнительный анализ решений, полученных численным методом с точным решением основного уравнения фильтрации для простейшего случая радиальной постановки задачи. Показано, что используемая в работе численная схема обеспечивает достаточно высокую точность решения.

Ключевые слова: низкопроницаемые коллектора, нелинейный закон фильтрации, предельный градиент давления.

В современном мире наблюдается ухудшение структуры запасов углеводородов. С каждым годом задачи по поиску и разработке низкопроницаемых и сверхнизкопроницаемых коллекторов становятся всё более актуальными. В низкопроницаемых коллекторах фильтрация происходит по совершенно иным законам, чем в высокопроницаемых. Специфика фильтрации в низкопроницаемых коллекторах проявляется в значительном воздействии межфазных взаимодействий между фильтрующимися флюидами и поверхностью пор. Кроме того, для низкопроницаемых коллекторов при снижении проницаемости характерно увеличение доли микропор и рост удельной поверхности. Эти факторы приводят к необычным эффектам взаимодействия сил между флюидами и каркасом породы в процессе фильтрации.

Для традиционных коллекторов влияние межфазных взаимодействий минимально, и оно не оказывает значительного воздействия на закономерности фильтрации. В результате, закон фильтрации для движущейся фазы в таких коллекторах соответствует линейному закону Дарси. Исследования показывают, что в низкопроницаемых коллекторах взаимодействие между внутрипоровой поверхностью и жидкостью приводит к образованию нефтяного граничного слоя. В этом слое состав и характеристики нефти значительно отличаются от свойств подвижной нефти.

Для средне- и высокопроницаемых пластов граничный слой нефти считается малым, и его объем в сравнении с общим поровым объемом остается незначительным. Поэтому влияние неньютоновского поведения нефти в граничном слое практически не затрагивает линейные закономерности фильтрации.

В контексте низкопроницаемых коллекторов, напротив, эти эффекты становятся критически важными и не могут быть проигнорированы, так как они приводят к существенным отклонениям от линейного закона Дарси.

Экспериментальные исследования [1-4] показывают, что в низкопроницаемых коллекторах процессы фильтрации не подчиняются линейному закону Дарси. Зависимость скорость фильтрации от градиента давления будет описываться нелинейной функцией, с учетом начального (пускового) градиента. Ранее в работе [6] предложен нелинейный закон фильтрации, описывающий экспериментальные данные [1, 4].

Рассмотрим нестационарную задачу о фильтрации жидкости через пористый образец длины R_0. В исходном состоянии давление в пористой среде $p = p_0\,(t \le 0,\, r_c < r \le R_0)$. В момент времени $t = 0$ запущена добывающая скважина. Приток жидкости происходит по нелинейному закону фильтрации [6]. Будем рассматривать режим работы скважины при постоянном дебите Q.

$$t > 0,\ \ r = r_c:\ Q = 2\pi r h_c \frac{k}{\mu}\frac{\partial p}{\partial r}\left(1 - \left(\frac{q}{\partial p/\partial r}\right)^{\gamma}\right) = Q_0 = const, \tag{1}$$

$$t > 0,\ \ r = R_0:\ p = p_0.$$

На основе предложенного нелинейного закона фильтрации основное уравнение для упругого режима фильтрации примет вид [6]

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{\chi}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\left(1-\left(q\Big/\left|\frac{\partial p}{\partial r}\right|\right)^{\gamma}\right)\right),\ r_c\le r\le\widetilde{R},\ \left|\partial p/\partial r\right|\ge q/(1-\varepsilon)^{1/\gamma}\ ,\\
&\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{\varepsilon\chi}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right),\ \widetilde{R}\le r\le R_0,\ \left|\partial p/\partial r\right|< q/(1-\varepsilon)^{1/\gamma}\ .
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Для численного решения основного уравнения фильтрации (2), с граничными условиям (1) используется метод конечных разностей, заключающийся в замене производных в уравнениях их конечно − разностными аппроксимациями. При решении используется явная схема. Вводится равномерная сетка с шагом по координате h, $r_i=r_c+(i\cdot h)$, $i=0,\ldots,N$ и шагом по времени τ, $t_n=n\cdot\tau$, где $n\ge 0$. При этом шаг по координате h берется меньше, чем радиус скважины r_c. Для обеспечения устойчивости метода шаг по времени удовлетворяет условию Куранта $\left(\tau<h^2/2\chi\right)$.

Основное уравнение фильтрации (2) с заданными граничными условиями заменяется следующей системой уравнений:

$$
\begin{cases}
P_i^{n+1}=\dfrac{\chi\tau}{h^2}\left[\dfrac{r_i+r_{i+1}}{r_i}\cdot f1-\dfrac{r_{i-1}+r_i}{r_i}\cdot f2\right]+P_i^n\ ,\quad \left|\dfrac{P_{i+1}^n-P_{i-1}^n}{2h}\right|\ge\dfrac{q}{(1-\varepsilon)^{1/\gamma}},\\
P_i^{n+1}=\dfrac{\varepsilon\chi\tau}{h^2}\left[\dfrac{r_i+r_{i+1}}{2r_i}\cdot P_{i+1}^n-\dfrac{r_{i+1}+2r_i+r_{i-1}}{2r_i}\cdot P_i^n+\dfrac{r_{i-1}+r_i}{2r_i}\cdot P_{i-1}^n\right]+P_i^n\ ,\quad \left|\dfrac{P_{i+1}^n-P_{i-1}^n}{2h}\right|<\dfrac{q}{(1-\varepsilon)^{1/\gamma}},
\end{cases}
\tag{3}
$$

где $f1=\dfrac{P_{i+1}^n-P_i^n}{2}\left(1-\left(\dfrac{h\cdot q}{P_{i+1}^n-P_i^n}\right)^{\gamma}\right),\quad f2=\dfrac{P_i^n-P_{i-1}^n}{2}\left(1-\left(\dfrac{h\cdot q}{P_{i+1}^n-P_i^n}\right)^{\gamma}\right)$

Для определения неизвестного значения давления P_0^{n+1} на границе $r=r_c$ при различных значениях γ, граничные условия (1) примут вид

$$P_0^{n+1} = P_1^{n+1} - qh - f, \ (\gamma = 1)$$

$$P_0^{n+1} = P_1^{n+1} - \frac{qh}{2} - f - \sqrt{\left(\frac{qh}{2}\right)^2 + fqh^2}, \ (\gamma = 1/2)$$

$$P_0^{n+1} = P_1^{n+1} - \frac{f}{2} - \sqrt{\left(\frac{f}{2}\right)^2 + q^2h^2}, \ (\gamma = 2)$$

где $f = \dfrac{Q\mu h}{\pi h_c k(2r_c + h)}$.

Для оценки точности численного счета был проведен сравнительный анализ решений, полученных численным методом с точным решением основного уравнения фильтрации для простейшего случая радиальной постановки задачи.

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \chi \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\left(1 - \left(q \Big/ \left|\frac{\partial p}{\partial r}\right| \right)^{\gamma} \right)\right). \tag{4}$$

Давление в любой точке пласта при фильтрации по линейному закону Дарси $(q = 0)$ при постоянном объемном дебите *Q,* определяется по основной формуле теории упругого режима

$$p(r,t) = p_0 - \frac{Q\mu}{4\pi k h_c}\left(-Ei\left(-\frac{r^2}{4\chi t} \right)\right) \tag{5}$$

На рис.1 представлены профили распределения давления в пласте при $M = 0{,}5$ кг/с. Числа на линиях соответствуют моментам времени в сутках. Сплошные и пунктирные линии соответствуют решениям, полученным по точной аналитической функции (5) и численному методу (3). Для радиуса скважины и контура питания приняты значения $r_c = 0{,}1$ м и $R_0 = 200$ м. Справа представлен увеличенный фрагмент рисунка для значений радиуса $r = 0{,}1 \div 0{,}5$ м. Для показателя степени γ принято значение $\gamma = 2$.

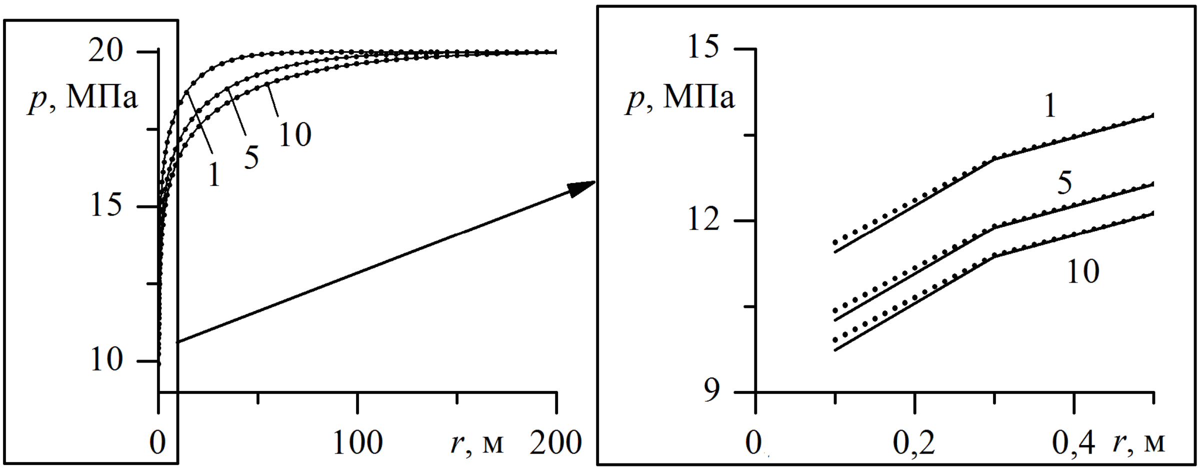

Рис.1. Сравнение решений, полученных численным методом с точным решением по основной формуле теории упругого режима

Показано, что расхождение между кривыми проявляется только в призабойной области и имеет погрешность, не превышающую два процента. Причем для поздней стадии процесса перераспределения давления погрешность метода уменьшается. Таким образом, в результате тестовых расчетов установлено, что решения простейших задач, полученных численным методом, согласуются с точным решением основного уравнения фильтрации. Это говорит о том, что используемая в работе численная схема обеспечивает достаточно высокую точность решения.

Литература

1. Байков В.А., Галлеев Р.Р., Колонских А.В. и др. Нелинейная фильтрация в низкопроницаемых коллекторах. Анализ и интерпретация результатов лабораторных исследований керна Приобского месторождения // Вестник ОАО НК «Роснефть». 2013. Выпуск 31. №2. С. 8–12.
2. Григорьев Б.А., Орлов Д.М., Савченко Н.В., Рыжов А.Е. Исследование начальных градиентов давления при фильтрации через низкопроницаемые породы-коллекторы // Вести газовой науки. 2013. №1 (12). С. 119–125.

3. Зайцев М.В., Михайлов Н.Н., Туманова Е.С. Модели нелинейной фильтрации и влияние параметров нелинейности на дебит скважин в низкопроницаемых коллекторах // Георесурсы. 2021. Т.23. №4. С.44-50
4. Ли Сюаньжань Нелинейная фильтрация воды в низкопроницаемых коллекторах // Вести газовой науки. 2015. №3 (23). С.116–121.
5. Мирзаджанзаде А.Х. Гидродинамика в бурении. М.: Недра, 1985г. 196 с.
6. Шагапов В.Ш., Дударева О.В. Нелинейные эффекты фильтрации при переходных режимах работы скважины // Инженерно-физический журнал. 2016. Т.89. № 2. С. 285–291